



Europagymnasium
Linz

AUHOFF

Das Europagymnasium Linz auf den Spuren Keplers

PROJEKTARBEIT

Verfasst von: Leo Pühringer, Patricia Oberluggauer, Felix Bayer, Natalie Riedler, Lenard Zipko, Emil Pühringer, Jan Linner, Alexander Bahr, Florian Malicky

Betreuer: Peter Reisinger, Tobias Hintner, Erich Meyer

Angefertigt an der Bildungseinrichtung:
Europagymnasium Auhof, Aubrunnerweg 4, 4040 Linz

Linz, März 2019

Inhaltsverzeichnis

| | | |
|-------|---|----|
| 1 | Vorwort | 4 |
| 2 | Einleitung und Motivation..... | 5 |
| 3 | Filmbeschreibung | 6 |
| 4 | Auseinandersetzung mit den ausgewählten Filmszenen | 7 |
| 4.1 | Koordinaten..... | 7 |
| 4.1.1 | Keplergleichung..... | 7 |
| 4.1.2 | Sky Calculator | 8 |
| 4.2 | Virtual Impactor | 9 |
| 4.2.1 | Begriffe | 9 |
| 4.2.2 | Apophis:..... | 9 |
| 4.2.3 | Keplersche Gesetze | 11 |
| 4.3 | Swing-By-Methode um den Mond | 15 |
| 4.3.1 | Versuch einer Skalierung..... | 15 |
| 4.3.2 | Überprüfung des 2.Keplerschen Gesetzes durch die Swing-By-Methode | 15 |
| 5 | Zusammenfassung..... | 18 |
| 6 | Quellen und Programme | 19 |
| 7 | Anhang | 20 |
| 7.1 | Videos und Programme..... | 20 |
| 7.2 | Minor Planet Ephemeris Service: Query Results..... | 20 |

1 Vorwort

Am 29. November haben wir für die 5. und 6. Klassen mit einem Vortrag von Erich Meyer begonnen, das Thema Astronomie, im Speziellen die Person Johannes Kepler, mehr in den Mittelpunkt der Physikausbildung zu rücken. Darauf aufbauend haben wir den Schülerinnen angeboten an einer Kepler-Arbeitsgruppe teilzunehmen. Diese Gruppe sollte sich wöchentlich oder 14-tägig treffen und selbstgestellte Aufgaben am Nachmittag außerhalb des Physikunterrichts diskutieren. 9 SchülerInnen haben sich für diese Gruppe gemeldet. Wir Physiklehrer (Peter Reisinger und Tobias Hintner) haben versucht den organisatorischen Rahmen zu schaffen und den Schülerinnen bei der Abgrenzung ihrer Themenfelder zu helfen. Herr Erich Meyer war als Experte für astronomische Fragen aller Art ein wichtiger Teil dieser Gruppe. Uns war es sehr wichtig, dass die Aufgabenstellung von den Schülerinnen kommt. Diese Arbeitsgruppe sollte sich von einer klassischen Unterrichtsstunde deutlich unterscheiden.

Am 12. Dezember hat die Gruppe ihre Arbeit begonnen und sich als Ziel gesetzt, das Ergebnis beim Kepler-Preis einzureichen. Als Aufgabenstellung haben sich die SchülerInnen für die offene Variante „3.2 Leben und Werk Johannes Kepler“ entschieden.

Den Film Armageddon haben die SchülerInnen als Einstieg in das Thema gewählt. Darauf aufbauend haben sie Szenen ausgewählt und diese dann analysiert. Aus drei speziellen Szenen (Asteroid, Koordinaten und Swing-by Manöver) haben die SchülerInnen in Untergruppen begonnen, sich in diesem Thema zu vertiefen. Durch das unterschiedliche Vorwissen bzw. Interesse der SchülerInnen sind 3 sehr unterschiedliche Ergebnisse entstanden.

Im folgenden Dokument können Sie eine Zusammenfassung der Ergebnisse der einzelnen Gruppen lesen.

Danken möchte ich abschließend Jutta Wirth, die den Kontakt mit Erich Meyer hergestellt hat, ohne dem diese Arbeitsgruppe nicht zustande gekommen wäre.

Peter Reisinger



2 Einleitung und Motivation

Der Start zu dieser Arbeitsgruppe hat mit einem Vortrag von Erich Meyer begonnen.

(Link zum Vortrag: https://www.europagym.at/?page_id=21523)

Daraus hat sich eine Arbeitsgruppe aus den Klassen 6b und 5a gebildet, die sich näher mit Johannes Kepler und seinen Beiträgen zur Naturwissenschaft beschäftigen wollen.

Die Mitglieder der Arbeitsgruppe sind:

- **Felix Bayer:** Ich habe großes Interesse an Naturwissenschaften, vor allem an der Physik und der Funktion des Universums.
- **Patricia Oberluggauer:** Mich interessiert unser Sonnensystem und alles was dazu gehört, vor allem auch die Physik, die dahintersteckt.
- **Leo Pühringer:** Weil ich mich schon immer für Kepler und seine Gesetze und die Anwendung deren interessiert habe, habe ich mich gemeldet an diesem Projekt teilzunehmen.
- **Lenard Zipko:** Mich hat das Universum und die Physik dahinter schon den Großteil meines Lebens fasziniert, weswegen ich mich für die Arbeitsgruppe angemeldet habe.
- **Natalie Riedler:** Da mich Naturwissenschaften und Physik im Allgemeinen interessieren und der Vortrag über Kepler noch zusätzlich mein Interesse geweckt hat, habe ich mich entschieden bei dieser Arbeitsgruppe mitzumachen.
- **Emil Pühringer:** Da mich die Anwendung physikalischer Hintergründe des Filmes Armageddon und die Verwendungen der Keplerschen Physik im Universum interessieren.
- **Florian Malicky:** Weil ich mich sehr für Raumgeometrie und Naturwissenschaften interessiere. Ich bin sehr fasziniert von Keplers Arbeit und Formeln.
- **Jan Linner:** Mich interessiert unser Sonnensystem und die vielseitige Anwendung der Keplerschen Gesetze im gesamten Universum.
- **Alexander Bahr:** Ich habe große Interessen für Naturwissenschaften im Allgemeinen, aber auch speziell für die Physik.

Neben dem Vortrag von Erich Meyer haben wir Szenen aus dem Film "Armageddon – Das Jüngste Gericht" als Ausgangspunkt für Fragestellungen verwendet.

3 Filmbeschreibung

Der US-amerikanische Actionfilm "Armageddon - Das jüngste Gericht" vom Regisseur Michael Bay, handelt von einer Gruppe Bohrspezialisten, die von der NASA zu einem Virtual Impactor geschickt werden. Die Mission ist es, in dem Objekt eine Bombe zu versenken und es zu sprengen. Der Kepler-Aspekt dabei ist, wie der Asteroid entdeckt wird und wie die Helden auf diesen gelangen.

Folgende Filmsequenzen haben wir ausgewählt, um astronomische Fragestellungen zu entwerfen:

- **Koordinaten – Beobachtung mit dem Teleskop:**
Ein Hobbyastronom entdeckt den Meteorit, ruft die NASA an, und nennt die Koordinaten des "Virtual Impactors". Daraufhin berechnet die NASA die Flugbahn des Objektes und bemerkt, dass es mit der Erde kollidieren wird.
- **Virtual Impactor:**
In der NASA herrschte große Aufregung, weil ein sich schnell nähernder Asteroid entdeckt worden war. Der Präsident wird davon in Kenntnis gesetzt und es stellt sich die Frage wie ein solch großer Himmelskörper so lange unentdeckt bleiben konnte. Außerdem soll die Kollision mit der Erde verhindert werden.
- **Swing-by-Methode:**
In dieser Szene fliegen die Helden in ihren zwei Raumschiffen um den Mond. Erstens um das Raumschiff mit einem Swing-by zu beschleunigen und zweitens um die Flugrichtung des Raumschiffes so zu verändern, dass sie den Asteroiden von hinten einholen. Während der Beschleunigung wirkt auf die Körper der Helden die zwölffache Gewichtskraft. Hierbei würde es aber sicher nicht lange dauern bis die Helden in Ohnmacht fallen und vielleicht sogar sterben würden. Sie machen aber währenddessen noch Scherze und unterhalten sich. Weiters wären danach große Verzerrungen im Gesicht die Folge. Diese Gesichtsverletzungen wären so stark, dass diese Personen nicht erkennbar wären. (vgl. Kainbacher 2019)

„Es werden sich bestimmt Leute finden, die sich vor der entsetzlichen Weite nicht fürchten. Und so, als ob die wagemutigen Reisenden schon morgen vor der Tür stehen, wollen wir die Astronomie für sie begründen.“

(Kepler 1610 (Prag) in seinem Buch „Dissertatio cum Nuncio Sidereo“)

4 Auseinandersetzung mit den ausgewählten Filmszenen

4.1 Koordinaten

Problem:

Im Film konnte die NASA die Flugbahn des Objektes mit nur einer Beobachtung feststellen. In Realität sind jedoch drei Beobachtungen (je 2 Winkelkoordinaten und die jeweilige Zeit) notwendig, um die 6 Bahnelemente zu berechnen.

Zu Keplers Zeit konnte man jedoch die Bahn nur geometrisch ermitteln, da es die notwendigen Formeln noch nicht gab.

Koordinaten:

Um die Position eines Objektes in einem Sonnensystem mit einem Stern anzugeben, werden verschiedene Systeme verwendet. Dazu zählen polare, sowie kartesische Koordinatensysteme.

Für die Bestimmung der Position gibt es ebenfalls mehrere Methoden. Eine Möglichkeit die kartesischen Koordinaten relativ zentralen Stern zu berechnen, ist die Anwendung der Keplergleichung.

Vorgehensweise: siehe Kapitel 7.1, PY-Code

4.1.1 Keplergleichung

Zu Keplers wichtigsten Werken zählt die Entdeckung der elliptischen Umlaufbahnen der Planeten um die Sonne, bzw. des Mondes um die Erde und die Berechnung dieser. Jedoch beschreibt Kepler keine Parabel- oder Hyperbelbahnen. Er geht davon aus, dass sich Kometen auf einer geradlinigen Bahn durch das Sonnensystem bewegen.

„[...] Meine Ansicht ist diese: wer den Hypothesen des Kopernikus folgt, der kann die Auffassung vertreten, dass die Kometen nichts anderes sind als Sterneschuppen im Äther und sich **nahezu gleichförmig in gerader Linie bewegen** [...]“.

(„Johannes Kepler in seinen Briefen“, Band I und II, Brief Nr.228)

„Ich baue die ganze Astronomie auf der Hypothese des Copernicus (Anm.: 1473-1543), auf den Beobachtungen Tycho Brahes (Anm.: 1546-1601) und schließlich auf die magnetische Philosophie des Engländers William Gilbert (Anm.: 1544-1603)“.

(Epitome, IV. Buch, 1. Kapitel, S. 254)

Er beschreibt eine Formel, die zur Berechnung von Elliptischen Umlaufbahnen essentiell ist. Die Keplergleichung (Herleitung: siehe Kapitel 7.1, Kepler Gleichung Herleitung):

$$M = E - e \cdot \sin(E)$$

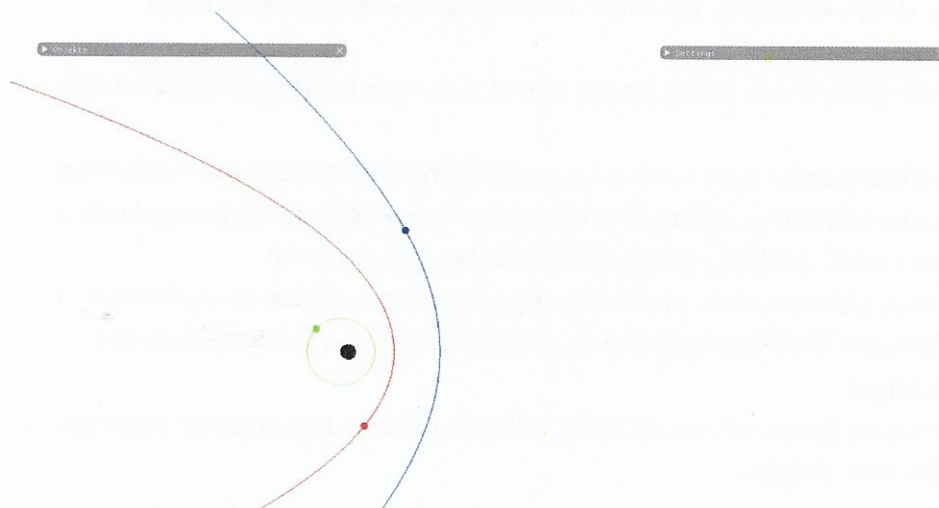
Verbesserungsgleichung (zur Berechnung von E durch eine Iteration):

$$E_{new} = M + e \cdot \sin(E_{old})$$

Sie dient zur Annäherung der Exzentrischen Anomalie E durch eine Iteration. Die Ausgangswerte sind die Mittlere Anomalie M und die Exzentrizität e .

4.1.2 Sky Calculator

Das Programm "Sky Calculator" von Florian Malicky wird zum graphischen Darstellen von Ellipsenbahnen, Hyperbelbahnen und Parabelbahnen von Objekten in einem Sonnensystem mit einem Stern und dem Berechnen der kartesischen Koordinaten dieser verwendet. Der Code beinhaltet die Keplergleichung für die Ellipsenbahn, die Parabelgleichung für die Parabelbahn und eine abgewandelte Form der Kepler Gleichung für die Hyperbelbahn.



(Abb: Sky Calculator – Beispiele; grün = Ellipse, rot = Parabel, blau = Hyperbel)

Beispiele (siehe Abbildung):

- 1) Ellipsenbahn: Der Kleinplanet Aphobis (99942) befindet sich auf einer Ellipsenbahn um die Sonne. Die große Halbachse des Orbits beträgt 0,9225 AE und seine Exzentrizität 0,1915. Seine Besonderheit ist, dass er zwischen 13. Und 14. April 2019 nur 0,000264 AE von der Erde entfernt ist.
- 2) Parabelbahn: Die Bahn des Kometen C/2018Y1 Iwamoto ist annähernd eine Parabelbahn. Die Exzentrizität der Bahn beträgt 0,9896 und ist damit annähernd 1. Der Perihelabstand beträgt 1,2869 AE. Die Ekliptik der Bahn beträgt $160,4^\circ$.
- 3) Hyperbelbahn: Der Komet Oumuamua bewegt sich auf einer Hyperbelbahn und ist damit nicht aus unserem Sonnensystem. Die Exzentrizität der Bahn beträgt 1,1995 und der Perihelabstand zur Sonne 0,2553 AE. Da der Komet einige merkwürdige Merkmale hat (z.B. starke Überprüfen: Helligkeitsschwankungen, etc.), ranken sich viele Verschwörungstheorien um ihn.

4.2 Virtual Impactor

Zu dieser Szene stellten wir uns folgende Fragen:

Um welchen Himmelskörper handelt es sich und was sind die Unterschiede?

Wie wahrscheinlich ist eine solche Kollision?

Welche Himmelskörper kommen hierfür in Frage?

Inwiefern hängt dieses Naturszenario mit Johannes Kepler zusammen?

4.2.1 Begriffe

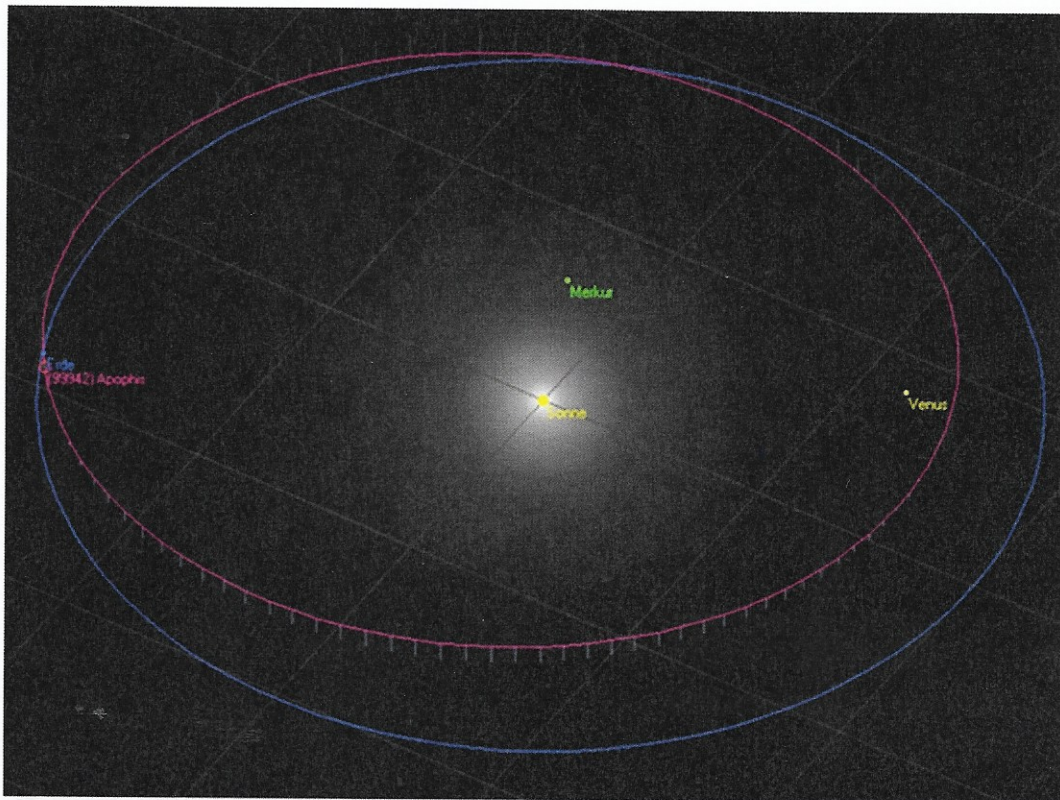
- Meteor: Ist eine Lichterscheinung, die durch den Eintritt eines Meteoroides in die Erdatmosphäre zu sehen ist.
- Meteoroid: Ist ein bis zu einem Meter großes Objekt, das in die Erdatmosphäre eindringt und verglüht.
- Meteorit: Ein Meteoroid, das nicht vollständig verglüht und auf dem Erdboden aufschlägt.
- Asteroid: Umkreisen die Sonne, haben aber eine zu geringe Masse um ein Zwergplanet zu sein. Sie sind nicht rund, sondern unregelmäßig geformt. (z.B. Apophis)
- Komet: Bestehen aus kleineren Eis- und Gesteinsbrocken. Nahe der Sonne werden durch Sonnenwinde Teile der Kometen verdampfen, wodurch der Kometenschweif entsteht.
- Kleinplanet = Asteroid
- Interplanetarer Staub: feiner, kleiner als einen Millimeter Staub, der sich unter anderem jeden Tag auf der Erde absetzt.

(vgl. Meteor, Meteorit, Meteoroid – was ist der Unterschied?)

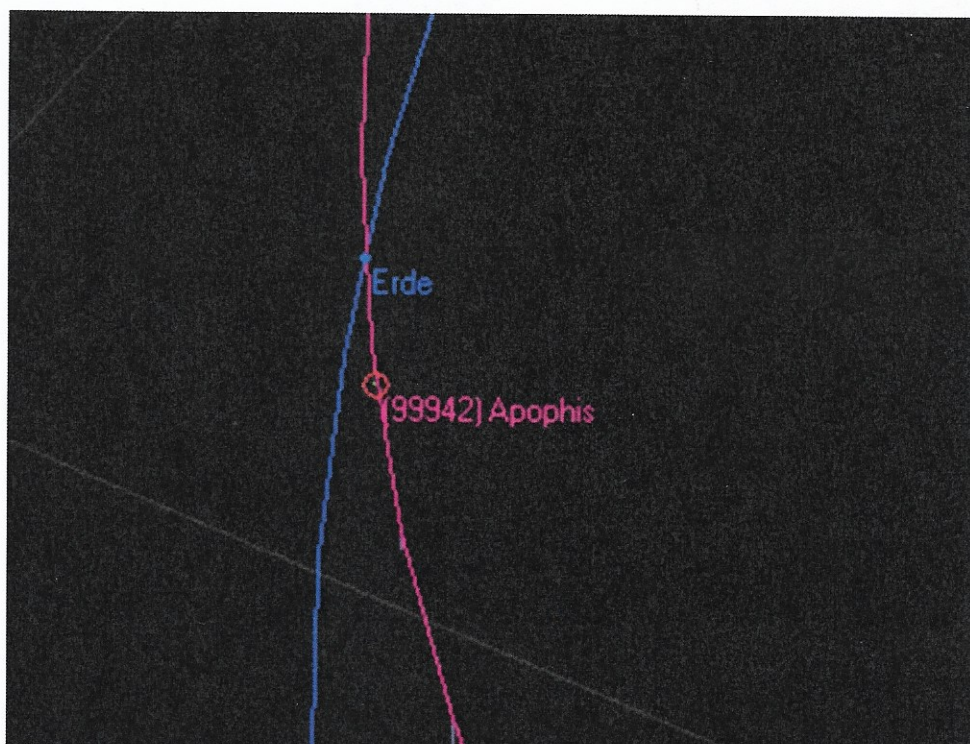
(vgl. Meteoroid) (vgl. Interplanetarer Staub)

4.2.2 Apophis:

Ist ein Asteroid, der von der NASA als "virtual impactor" klassifiziert wurde und im Jahr 2029 sehr knapp an der Erde vorbeifliegen soll. Dieses Phänomen wird mit freiem Auge zu sehen sein. Mit Hilfe vom *Minor Planet Center* kann man die genauen Daten bestimmen. So wird Apophis am 13.04.2029 um 21:30 die größte Näherung von 0.00023 AE (34 407 km) haben. Zum Vergleich ist der Mond 384 400 km von der Erde entfernt, das bedeutet der Asteroid fliegt in einem Abstand von weniger als 1/11 der Strecke Erde - Mond vorbei. Dieses Ereignis wird mit freiem Auge sichtbar sein.



(Abb: EasySky – Erd- und Apophisbahn)



(Abb: EasySky – Apophis als Virtual Impactor)

Also wird in dem Film Armageddon durchaus ein theoretisch mögliches Naturszenario dargestellt.

4.2.3 Keplersche Gesetze

1. Keplersche Gesetz (1605):

Im Buch *Astronomia Nova* beschreibt Kepler seine ersten beiden Gesetze. Dieses beschreibt, dass die Planeten sich auf elliptischen Bahnen bewegen und der Schwerpunkt der Sonne befindet sich auf einem der beiden Brennpunkte.

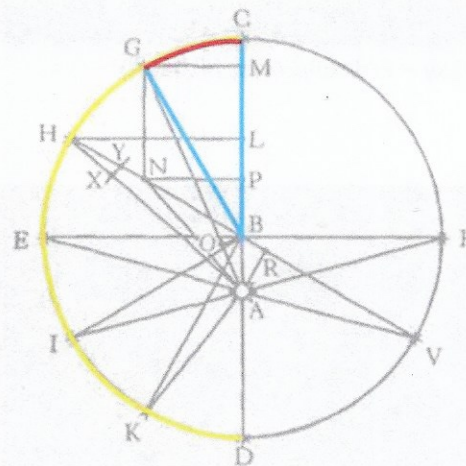
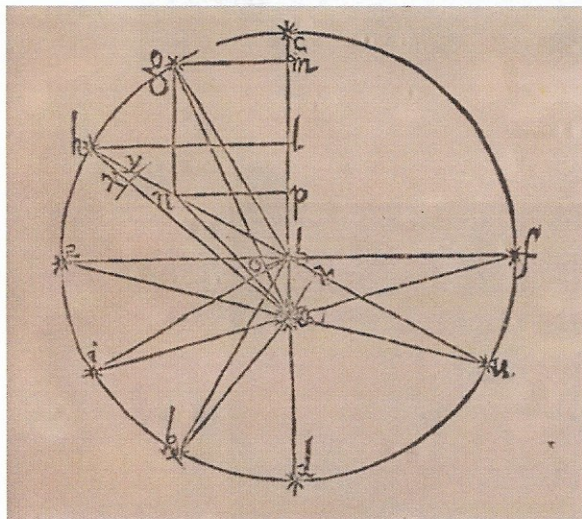
Kepler über die Lücke zwischen der Mars- und Jupiterbahn:

„Warum ist der Sprung zwischen Jupiter und Mars, die doch nicht die äußersten sind, so groß?“
(vgl. Johannes Kepler in seinen Briefen, Brief Nr. 26)

2. Keplersche Gesetz (1602):

Dieses besagt, dass ein von der Sonne zum Planeten gezogener Fahrstrahl in der gleichen Zeit eine gleich große Fläche überstreicht. D.h. der Planet bewegt sich nahe der Sonne mit höherer Geschwindigkeit.

Original Graphiken



(*Astronomia Nova*) (<https://science.larouchepac.com/kepler/newastronomy/newastronomy.html>)

“Wie sich die Fläche *cde* zur halben Umlaufzeit, die wir mit 180° bezeichnen, verhält, so verhalten sich die Flächen *cag* oder *cah* zu den Zeiten, die der Planet auf *cg* oder *ch* verweilt. So wird als die Fläche *cga* ein Maß für die Zeit oder die mittlere Anomalie, die dem Exzenterbogen entspricht, weil die mittlere Anomalie ein Maß für die Zeit ist.”

(“*Astronomia Nova*”, Deutsche Ausgabe von Fritz Krafft, Seite 349, Originalausgabe: Seite 193/194)

3. Keplersche Gesetz (1618):

Am 5. Mai 1618 entdeckte Kepler das dritte Gesetz, welches er im Buch *Harmonices Mundi libri V* („Fünf Bücher zur Harmonik der Welt“) niederschrieb. Dieses Buch wurde im darauffolgenden Jahr in Linz gedruckt und feiert dieses Jahr sein 400-jähriges Jubiläum.

Das Gesetz beschreibt, dass das Verhältnis vom Quadrat der Umlaufzeit T eines Planeten zur Kube der großen Bahnhalbachse d des gleichen Planeten immer gleich groß ist.

$$\frac{T^2}{d^3} = \text{const.}$$

Mithilfe des dritten keplerschen Gesetzes kann man die Umlaufzeit des Asteroiden Apophis berechnen:

Apophis (99942):

- Große Bahnhalbachse a : 0,9223 AE
- Umlaufzeit um die Sonne T : x

Erde:

- Große Bahnhalbachse a : 1 AE
- Umlaufzeit um die Sonne T : 1 a

$$\begin{aligned} \frac{x^2}{1^2} &= \frac{0,9223^3}{1^3} & \Rightarrow & \frac{x^2}{1} = \frac{0,9223^3}{1} & \Rightarrow & x = \sqrt[2]{0,9223^3} \\ \Rightarrow x &= 0,8857a & \Rightarrow & x = 323,3 \text{ Tage} \end{aligned}$$

Eine Onlinequelle (vgl. Apophis, 2019) belegt mit deren Ergebnis von 324 Tagen unseren Beweis.

Es folgt die Herleitung des dritten keplerschen Gesetzes anhand des Asteroiden Apophis.

Da die Umlaufbahn des Asteroiden beinahe ein Kreis ist, wird folgendermaßen vorgegangen:

Wird die Gravitationskraft mit der Zentripetalkraft gleichgesetzt, so gilt:

$$G \cdot \frac{m_1 \cdot m_2}{r^2} = m_2 \cdot \frac{v^2}{r}$$

G Gravitationskonstante

m₁ Masse der Sonne

m₂ Masse des Objekts

r Abstand der Schwerpunkte Sonne-Objekt

v..... Bahngeschwindigkeit des Objekts

$$v = \frac{s}{T} \Rightarrow v = \frac{2r\pi}{T}$$

$$v^2 = \frac{4r^2\pi^2}{T^2}$$

$$G \cdot \frac{m_1 \cdot m_2}{r^2} = m_2 \cdot \frac{4r^2\pi^2}{T^2 r} \quad / \cdot r^2$$

$$G \cdot m_1 \cdot m_2 = m_2 \cdot \frac{4r^3\pi^2}{T^2} \quad / : m_2$$

$$G \cdot m_1 = \frac{4r^3\pi^2}{T^2} \quad / \cdot T^2$$

$$G \cdot m_1 \cdot T^2 = 4r^3\pi^2 \quad / : r^3$$

$$G \cdot m_1 \cdot \frac{T^2}{r^3} = 4\pi^2 \quad / : (G \cdot m_1)$$

$$\frac{T^2}{r^3} = \frac{4\pi^2}{G \cdot m_1}$$



konstant

(vgl. Das 3. Keplersche Gesetz)

Kepler selbst erläutert in seinem Buch "Harmonices Mundi", auf Seite 190, sein drittes Gesetz so, dass man es im Kopf berechnen kann, am Beispiel der großen Bahnhalbachse des Planeten Saturn. Eine weitere sehr viel kompliziertere und genauere Berechnung ist auch im Kepler-Mss. Archiv in St. Petersburg (F 285, 1 No. 9, Bl. 413v) und eine Fotografie im Keplergebäude an der Johannes-Kepler-Universität Linz zu finden.

Keplers eigenhändig erstelltes Rechenbeispiel^{a)} zu seinem 3. Gesetz, angewendet anhand der Planetenbahnen Saturn und Erde (logarithmische Berechnungen)

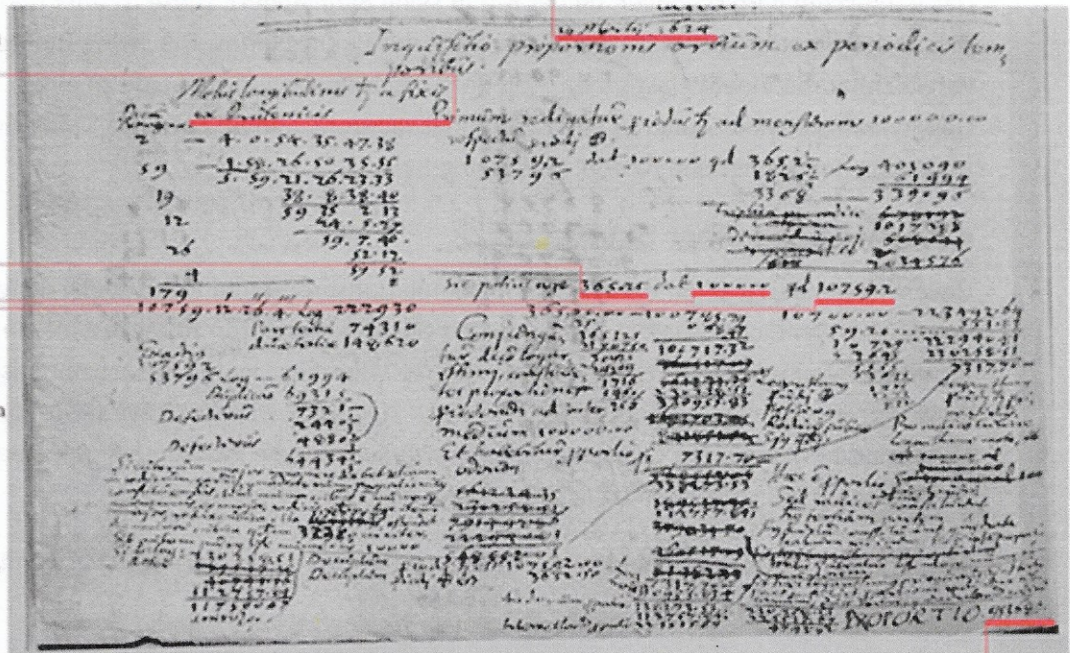
Berechnet am 19. März 1624 (zu dieser Zeit wohnte Kepler in Linz (!) in der Rathausgasse Nr. 3)

1) Motus longitudinalis Saturni a fixis ex Prutenicis

gegeben:
siderische Umlaufzeit (T) der Erde mit 365,25 Tagen

gegeben:
große Halbachse (a) der Erdbahn; Kepler hat den fiktiven Wert 100.000 angenommen

gegeben:
siderische Umlaufzeit (T) von Saturn mit 10.759,2 Tagen; entnommen aus den „Prutenischen Tafeln“^{a)}



gesucht:
große Halbachse (a) der Saturnbahn;
Rechenergebnis: 953680 → 9,5368 x größer als große Halbachse der Erdbahn

a) Quelle: Kepler-Mss. Archiv St. Petersburg, F 285,1 No. 9, Bl. 413v; Im „Kepler Gebäude“ der JKU in Linz ist im Zwischengang auf der Tafel Nr. 13 diese Keplers eigenhändige Berechnung als Faksimile öffentlich ausgestellt, erläutert und jedem Interessierten zugänglich.

Saturn:

- $a = ?$
- $T = 10.759,2 \text{ d}$

Erde:

- $a = 1 \text{ AE}$
- $T = 365 \text{ d}$

$$\frac{10759,2^2}{365^2} = \frac{x^3}{1^3}$$

$$\Rightarrow x = \sqrt[3]{\frac{10759,2^2}{365^2}} = 9,538 \text{ AE}$$

So errechnete Kepler die große Bahnhälfte des Saturns und kam auf das Ergebnis von 9,5368 AE, welches der Realität von 9,538 AE sehr nahekommt. (vgl. Harmonices Mundi)

4.3 Swing-By-Methode um den Mond

Wir haben diese Szene ausgewählt, weil bei dieser durch die Anziehungskraft des Mondes das Raumschiff sehr stark beschleunigt wird. Dies geschieht, weil das Raumschiff durch die Anziehungskraft des Mondes abgelenkt wird und in Folge dessen, das Raumschiff viel schneller wird. Das Raumschiff wird schneller, da der Mond seine Bahn ändert. Diese ist aber minimal, weil die Masse des Mondes sehr viel größer ist wie die des Raumschiffes. Die Swing-By-Methode ist also vergleichbar mit einem elastischen Stoß beim Tischtennispiel, da beide zu einer Geschwindigkeitsänderung, zu einer Richtungsänderung und im Falle des Swing-Bys auch zu einer Änderung der Bahnebene führen. (vgl. Swing-By)

4.3.1 Versuch einer Skalierung

Unsere erste Idee war die Wirklichkeit im Simulationsprogramm Algodoo darzustellen. Wir versuchten sämtliche Massen, Abstände und Geschwindigkeiten zu recherchieren. Die folgende Tabelle zeigt einen Überblick über unsere Werte. Allerdings waren die astronomischen Größenordnungen in Algodoo nicht darstellbar. Zusätzlich war die Gravitationskonstante nicht kleiner als $0,001\text{m}^3 / (\text{kg} * \text{s}^2)$ wählbar. Wir versuchten die Probleme durch eine Skalierung in den Griff zu bekommen. Dieser Versuch war leider nicht von Erfolg gekrönt.

Somit haben wir uns entschieden, fiktive Werte für unsere Simulation zu verwenden. Die gewählten Werte sind ebenfalls in der Tabelle eingegeben.

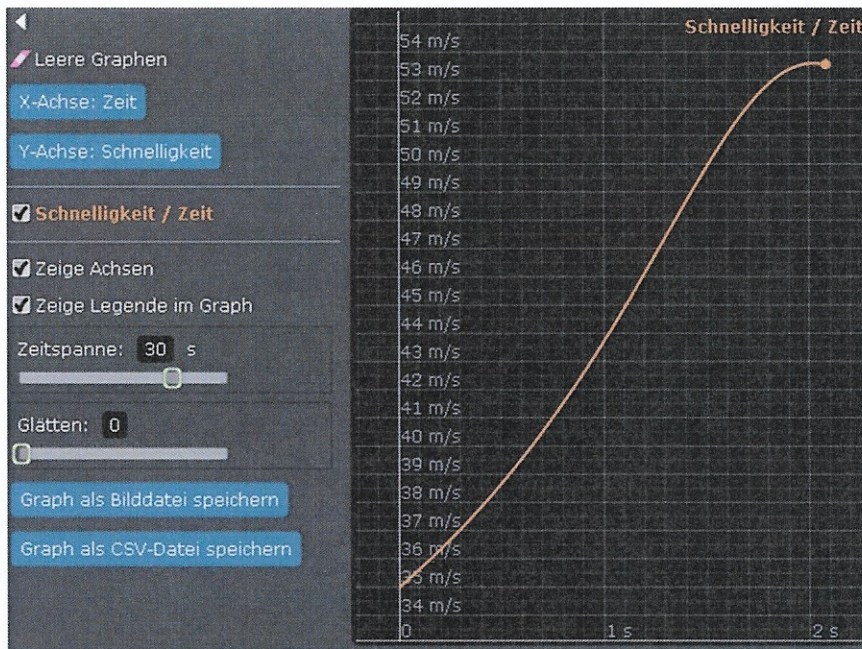
Wertetabelle:

| Abkürzung | Wirklichkeit | Algodoo(Simulation) | Einheiten | Erklärung |
|-----------|--------------|---------------------|---------------------------------------|-----------------------|
| mM | 7,35E+22 | $2 * 10^6$ | kg | Masse Mond |
| mR | 4,40E+04 | 4,50E+01 | kg | Masse Rakete |
| G | 6,67E-11 | 9,50E-03 | $\text{N} * \text{m}^2 / \text{kg}^2$ | Gravitationskonstante |
| r | 1,74E+06 | 73 | m | Abstand Mond-Rakete |

4.3.2 Überprüfung des 2.Keplerschen Gesetzes durch die Swing-By-Methode

1. Messmethode: Qualitative Überprüfung des t-v Diagramms

Je näher das Raumschiff dem Mond kommt, desto schneller bewegt sich das Raumschiff.



Obiges Diagramm zeigt ein t-v Diagramm. Das Raumschiff nähert sich dem Mond mit einer Geschwindigkeit von 35m/s bei einem Abstand von circa 80m. Bei circa 30m Abstand beträgt die Geschwindigkeit bereits 53m/s.

2. Messmethode: Fläche errechnen/“abzählen”

Um das zweite keplersche Gesetz zu überprüfen haben wir in Algodoo ein Swing-By-Manöver simuliert. Unser gewählter Zeitabschnitt beträgt 0,5 s. Die gezählten Flächen sollten möglichst gleich sein.

Damit wir die Fläche möglichst genau errechnen konnten haben wir die zwei gleich langen Zeitabschnitte vergrößert auf einen karierten Block abgepaust. Nun haben wir die Kurven zu Geraden gemacht und die übriggebliebenen Segmente versucht zu ganzen und halben Kästchen zusammenzufassen und dann die ungefähre Fläche davon zu zuerst abgezählt und in weiterer Folge berechnet.

Zeitpunkt 1-2: 18,62 cm²

Zeitpunkt 3-4: 20 cm²

Daraus ergibt sich ein Unterschied von 1,38 cm² (6,9%)

Im Rahmen unserer Messgenauigkeit kann man von einer Übereinstimmung sprechen.

3. Messmethode: Fläche “abwiegen”

Ähnlich zu Messmethode 2. Zuerst drucken wir die Flächen aus, dann schneiden wir die Flächen aus, und abschließend wiegen wir sie ab. Um den Fehler beim Messen möglichst gering zu halten haben wir eine Waage mit einem maximalen Messfehler von $\pm 0,1$ Gramm (PT1200 oder sartorius). Die Massen sollten auch hier möglichst gleich sein. Da diese Flächen bei normalem Papier eine sehr klein sind benutzen wir Karton (ist schwerer und daher sind Unterschiede leichter feststellbar). Zusätzlich schneiden wir jede Fläche 3 Mal aus, um den Fehler zu dritteln und nehmen anschließend auch noch größere Formen.

Zeitpunkt 1-2: 1,5g

Zeitpunkt 3-4: 1,4g

Daraus ergibt sich ein minimaler Unterschied von circa 0,01 bis 0,02 Gramm.

4. Erkenntnis

Alle drei Messungen haben unsere Vermutung, dass beide Flächen gleich sind bestätigt.

Allerdings sind durch kleine Messfehler oder auch durch das Abschneiden der Kurven (vgl.

2. Messmethode Masse der Flächen) oder das Abzählen der Blockkästchen (vgl. 1. Messmethode)

minimale Fehler von in etwa 7% entstanden.

5 Zusammenfassung

Die Idee zu unserem Projekt ist bei einem Vortrag des Hobbyastronomen Erich Meyer entstanden. Daraufhin haben sich wir, als interessierte Schüler, bei unseren Professoren gemeldet, um an dem Keplerpreis teilzunehmen. Nach einem ersten Brainstorming sind wir zu dem Entschluss gekommen, uns mit dem Film Armageddon und seinem Bezug zu Kepler auseinander zu setzen. Wir haben die für uns relevanten Filmszenen auf drei Gruppen aufgeteilt. Die erste dieser Gruppen hat sich mit der Angabe von Positionen von Himmelskörpern beschäftigt und diese analysiert. Hier wurde uns bereits klar, dass Himmelsmechanik ein sehr komplexes Thema ist. Umso erstaunlicher sind die exakten Aussagen, die Kepler bereits im 17. Jahrhundert treffen konnte. Auch bei der Beschäftigung mit den mathematischen Konstrukten, die Kepler zeitlebens aufgestellt hatte, haben wir die physikalische Begabung Keplers feststellen können. Dabei haben wir feststellen können, dass selbst die Herleitung des 3. Keplerschen Gesetzes für eine Kreisbahn nicht trivial ist und es relativ leicht auf alltägliche Situationen wie der Bewegung des Asteroiden Apophis anwendbar ist. Mit diesem von der NASA als "virtual Impactor" gekennzeichneten Himmelskörper haben wir uns näher beschäftigt und mit Hilfe des Programmes EasySky seine genaue Umlaufbahn dargestellt. Die letzte der drei Gruppen hat sich mit dem Thema "Swing-by" auseinandergesetzt. Wir haben den Ablauf der "Swing-by-Methode" in Algodoo simuliert und graphisch dargestellt. In dem t-v-Diagramm, das dabei entstanden ist, ist verdeutlicht worden, dass die Geschwindigkeit stark zunimmt, wenn der Flugkörper dem Objekt näherkommt. Bei der Simulation wählten wir zwei gleichlange Zeitabschnitte aus, deren Fläche wir auf unterschiedliche Weise errechneten. Wir möchten unsere Arbeit mit einem Zitat schließen: "Wenn die Planeten deswegen der unbedeutendste Teil der Welt sein sollten, weil das ganze Planetensystem im Vergleich zur Fixsternsphäre nahezu verschwindet, dann würde nach demselben Argument der Mensch zu den letzten Nebensächlichkeiten der Welt gehören."

(Kepler an Herwart von Hohenburg, 16.12.1598)

6 Quellen und Programme

Apophis, Wikipedia <https://de.wikipedia.org/wiki/Apophis>

[Zugriff: 28.02.2019]

Meteor, Meteorit, Meteoroid – was ist der Unterschied?

<https://www.timeanddate.de/astronomie/sternschnuppe/meteor-unterschied>

[Zugriff: 28.02.2019]

Meteoroid, <https://de.wikipedia.org/wiki/Meteoroid> [Zugriff: 13.03.2019]

Interplanetarer Staub: https://de.wikipedia.org/wiki/Interplanetarer_Staub [Zugriff: 13.03.2019]

“Johannes Kepler in seinen Briefen”, Band I und II, Max Caspar und Walther Dyck; München und Berlin 1930, Verlag von R. Oldenburg:

Kepler an Raimarius Ursus in Prag, Graz, 15.11.1595, Brief Nr. 26

Weltbilder, Keplersche Gesetze, <https://www.leifiphysik.de/mechanik/weltbilder-keplersche-gesetze>

[Zugriff: 28.02.2019]

Das 3. Keplersche Gesetz,

<http://www.lernortmint.de/Physik/Astronomie/planetensystem/kepler3.html> [Zugriff: 28.02.2019]

Harmonices Mundi, Johannes Kepler

Astronomia Nova, Johannes Kepler

EasySky, Matthias Busch, 16.10.2002, Version 4.0.07

Startgewicht einer Rakete, https://www.focus.de/wissen/experten/roger_foerstner/so-funktioniert-der-start-einer-weltraumrakete-schwer_id_4455781.html

[Zugriff: 28.02.2019]

Algodoo, Algorix, 31.8.2009, Version 2.1.0 <http://www.algodoo.com/>

KAINBACHER Hermann, ARMAGEDDON Physikalische Ungereimtheiten im Film für und mit

SchülerInnen aufbereitet <http://www.brgkepler.at/~rath/fba/armageddon.pdf>

[Zugriff: 13.03.2019]

Kepler Gleichung, <https://de.wikipedia.org/wiki/Kepler-Gleichung> [Zugriff: 28.02.2019]

Swing-By, <https://physik.cosmos-indirekt.de/Physik-Schule/Swing-by> [Zugriff: 20.03.2019]

Nachweis Oumuamua's Helligkeitsanomalien, <https://arxiv.org/pdf/1810.11490.pdf>

[Zugriff: 20.3.2019]

Johannes Kepler in seinen Briefen, Band I und II; Max Caspar und Walther Dyck, München und Berlin 1930, Verlag von R. Oldenburg

Epitome, IV. Buch

7 Anhang

7.1 Videos und Programme

Unter folgendem Link sind alle Videos und Programme, die im Rahmen der Arbeitsgruppe entstanden sind, zum Download zur Verfügung.

https://www.europagym.at/?page_id=22051

7.2 Minor Planet Ephemeris Service: Query Results

(99942) Apophis

[Display all designations for this object](#) / [Show naming citation](#) / # of variant orbits available = 3

Object is flagged as a Virtual Impactor by [SENTRY \(JPL\)](#) and by [CLOMON2 \(NEODyS\)](#).

Object is a [Goldstone radar target](#) during 2013/01/01-2013/01/31: Physical studies requested.

Epoch 2019 Apr. 27.0 TT = JDT 2458600.5 MPC
M 163.22246 (2000.0) P Q
n 1.11234803 Peri. 126.68113 +0.87182264 +0.48924674 T =
2458453.76314 JDT
a 0.9225196 Node 204.05491 -0.46592547 +0.81337247 q =
0.7458888
e 0.1914656 Incl. 3.33688 -0.15112490 +0.31474251 Earth MOID = 0.00016 AU
P 0.89 H 19.2 G 0.15 U 0

From 4455 observations at 10 oppositions, 2004-2015, mean residual 0".33.

Last observed on 2015 Jan. 3. Perturbed ephemeris below based on elements from MPO 381883.

Object has been observed on only one night at the latest opposition.

Discovery date : 2004 06 19

Discovery site: Kitt Peak

Discoverer(s) : Tucker, R. A., Tholen, D. J., Bernardi, F.

99942 [H=19.2]

| Date | UT | R.A. (J2000) | Decl. | Delta | r | El. | Ph. | V | Sky Motion | Object | Sun ^o | Moon | Alt | | | |
|------------|--------|--------------|-----------|---------|-------|-------|-------|-----|------------|--------|------------------|-------|-------|------|-----|-----|
| | | | | | | | | | | P.A. | Alt. | Phase | Dist. | Alt | | |
| | | | | | | | | | | Asi. | Alt. | Phase | Dist. | Alt | | |
| 2029 04 13 | 150000 | 13 16 27.8 | -23 42 53 | 0.0011 | 1.004 | 165.2 | 14.8 | 5.2 | 104.96 | 300.6 | 266 | -36 | +27 | 0.00 | 169 | +26 |
| 2029 04 13 | 153000 | 13 12 53.2 | -23 14 09 | 0.0010 | 1.004 | 165.5 | 14.5 | 5.1 | 123.62 | 300.0 | 272 | -30 | +22 | 0.00 | 169 | +21 |
| 2029 04 13 | 160000 | 13 08 38.7 | -22 40 38 | 0.00094 | 1.004 | 165.8 | 14.2 | 4.9 | 147.32 | 299.6 | 278 | -24 | +17 | 0.00 | 170 | +16 |
| 2029 04 13 | 163000 | 13 03 32.8 | -22 00 51 | 0.00086 | 1.004 | 165.9 | 14.1 | 4.7 | 177.82 | 299.3 | 284 | -18 | +12 | 0.00 | 171 | +12 |
| 2029 04 13 | 170000 | 12 57 24.6 | -21 12 40 | 0.00079 | 1.004 | 165.9 | 14.0 | 4.5 | 217.69 | 299.3 | 289 | -11 | +07 | 0.00 | 171 | +07 |
| 2029 04 13 | 173000 | 12 49 52.0 | -20 13 01 | 0.00071 | 1.004 | 165.7 | 14.3 | 4.3 | 270.94 | 299.5 | 295 | -05 | +02 | 0.00 | 171 | +02 |
| 2029 04 13 | 180000 | 12 40 29.0 | -18 57 20 | 0.00063 | 1.003 | 165.0 | 15.0 | 4.1 | 343.73 | 299.9 | 302 | +02 | -03 | 0.00 | 170 | -02 |
| 2029 04 13 | 183000 | 12 28 36.4 | -17 18 40 | 0.00056 | 1.003 | 163.5 | 16.5 | 3.8 | 446.14 | 300.6 | 309 | +09 | -07 | 0.00 | 168 | -06 |
| 2029 04 13 | 190000 | 12 13 15.5 | -15 05 55 | 0.00049 | 1.003 | 160.9 | 19.1 | 3.6 | 594.92 | 301.4 | 318 | +17 | -12 | 0.00 | 165 | -11 |
| 2029 04 13 | 193000 | 11 52 55.0 | -12 01 15 | 0.00042 | 1.003 | 156.5 | 23.5 | 3.4 | 818.08 | 302.4 | 329 | +24 | -16 | 0.00 | 159 | -14 |
| 2029 04 13 | 200000 | 11 25 10.4 | -07 35 43 | 0.00035 | 1.003 | 149.6 | 30.4 | 3.2 | 1159.96 | 303.4 | 343 | +33 | -20 | 0.00 | 152 | -18 |
| 2029 04 13 | 203000 | 10 46 13.5 | -01 06 52 | 0.00029 | 1.003 | 138.9 | 41.1 | 3.1 | 1671.57 | 303.9 | 003 | +41 | -23 | 0.00 | 140 | -21 |
| 2029 04 13 | 210000 | 09 50 41.8 | +08 03 20 | 0.00025 | 1.003 | 123.2 | 56.8 | 3.2 | 2320.64 | 302.8 | 035 | +45 | -27 | 0.00 | 124 | -23 |
| 2029 04 13 | 212000 | 08 34 15.1 | +15 01 52 | 0.00022 | 1.003 | 102.2 | 77.7 | 3.7 | 2765.14 | 297.9 | 074 | +40 | -29 | 0.00 | 102 | -25 |
| 2029 04 13 | 220000 | 07 03 19.1 | +28 01 46 | 0.00023 | 1.003 | 80.2 | 99.8 | 4.7 | 2560.13 | 288.2 | 103 | +26 | -31 | 0.00 | 080 | -27 |
| 2029 04 13 | 223000 | 05 38 13.3 | +32 12 00 | 0.00027 | 1.003 | 61.8 | 119.1 | 6.1 | 1937.91 | 277.0 | 125 | +12 | -32 | 0.00 | 061 | -28 |

Eigenständigkeitserklärung:

Wir versichern, dass wir die Arbeit eigenständig und ohne fremde Hilfe verfasst, keine anderen als die angegebenen Quellen verwendet und in den benutzten Quellen entnommenen Passagen als solche kenntlich gemacht haben. Mentorentätigkeit siehe Vorwort.

Linz, 20.3.2019

Bobby Alexander 6.7.2004 Bobby
Name Geburtsdatum Unterschrift

Leo Pöhringer 30.04.2003 Leo Pöhring
Name Geburtsdatum Unterschrift

Leonard Zipler 30.10.2003 Leonard Zipler
Name Geburtsdatum Unterschrift

Patricia Oberhagauer 23.09.2003 Patricia OH
Name Geburtsdatum Unterschrift

Emil Pöhringer 27.11.2000 Emil Pöhring
Name Geburtsdatum Unterschrift

Felix Boyer 22.02.2003 Felix Boyer
Name Geburtsdatum Unterschrift

Natalie Riedler 17.08.2003 N. Riedler
Name Geburtsdatum Unterschrift

Florian Malicky 19.10.2003 Malicky
Name Geburtsdatum Unterschrift

Jan Lmr er 31.07.2003 Jan L
Name Geburtsdatum Unterschrift